



**XII EDYCJA OGÓLNOPOLSKIEJ OLIMPIADY
Z MATEMATYKI „APOLONIUSZ”
POZIOM PODSTAWOWY**

skierowanej do uczniów szkoły ponadpodstawowej
dnia 16 listopada 2023r.



Ilość punktów do zdobycia: maksymalnie 13. Powodzenia!

Uwaga: Można korzystać z prostego kalkulatora i przyrządów geometrycznych.

Zadanie (1pkt) Kąt α jest ostry i $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2$. Wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ wynosi

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$

Zadanie 2 (1pkt) W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 8$, $|BC| = 6\sqrt{2}$ oraz miara kąta $|\sphericalangle ABC| = 45^\circ$. Długość środkowej tego trójkąta poprowadzonej z wierzchołka A wynosi

- A) $\sqrt{29}$ B) $\sqrt{31}$ C) $\sqrt{34}$ D) $\sqrt{37}$

Zadanie 3 (1pkt) Dany jest prostokąt o bokach długości 3 i 6. Krótszy bok prostokąta wydłużono o x , a dłuższy bok skrócono o x . Powstaje nowy prostokąt o wymiarach $3 + x$, $6 - x$. Największe pole, jakie może mieć nowy prostokąt wynosi

- A) 20,25 B) 21,5 C) 22,75 D) 23,8

Zadanie 4 (2pkt) Oceń prawdziwość zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli zdanie jest fałszywe.

A) Suma $5^{1011} + 5^{1012} + 5^{1013}$ jest podzielna przez 33.	
B) Wiedząc, że $\log_2 7 = a$ i $\log_2 3 = b$, to $\log_2 63 = 2b + a$.	
C) Miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego, który ma 15 wierzchołków wynosi 156° .	

Zadanie 5 (2pkt) Wiadomo, że $a + b + c = 11$ oraz $ab + bc + ac = -8$. Oblicz wartość wyrażenia $a^2 + b^2 + c^2$.

Zadanie 6 (2pkt) Wyznacz współczynniki wielomianu $W(x)$, jeśli wiadomo, że $W(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $W(0) = 4$, $W(\sqrt{2}) = 6$ i $W(\sqrt{3}) = 1$.

Zadanie 7 (2pkt) Krawędź podstawy graniastoslupa prawidłowego trójkątnego ma długość 3 cm, a wysokość ma długość $\sqrt{3}$ cm. Wyznacz cosinus kąta między przekątnymi ścian bocznych wychodzących z tego samego wierzchołka.

Zadanie 8 (2pkt) Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , dla którego $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = -125$ oraz $a_8 + a_9 + a_{10} = 72$. Oblicz dwunasty wyraz ciągu.