



**V EDYCJA KONKURSU OGÓLNOPOLSKIEGO
Z MATEMATYKI „APOLONIUSZ”
POZIOM ROZSZERZONY**

skierowanego do uczniów szkoły ponadgimnazjalnej
dnia 29 marca 2019r.
czas pracy 60 minut



Ilość punktów do zdobycia: maksymalnie 13. Powodzenia!

Uwaga: Można korzystać z prostego kalkulatora i przyrządów geometrycznych.

W zadaniach 1 - 3 zaznacz jedną prawidłową odpowiedź:

Zadanie 1 (1pkt) Iloczyn $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2000}\right)\left(1 + \frac{1}{2001}\right)$ wynosi:

- A) 1001 B) 1002 C) 1003 D) 1004

Zadanie 2 (1pkt) Sześcian o krawędzi długości x przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jego trzy wierzchołki i niezawierającą żadnej z jego krawędzi. Płaszczyzna ta podzieliła sześcian na dwie części. Stosunek objętości tych części wynosi:

- A) 1:2 B) 1:3 C) 1:4 D) 1:5

Zadanie 3 (1pkt) W urnie znajduje się pięć kartek z następującymi liczbami, jedna liczba na jednej kartce:

$$\left(\frac{64}{\sqrt{8}}\right)^{-6} \quad 16^{\log_2 \sqrt{3} + 0,25} \quad (3\sqrt[3]{3})^{12} \quad \sin \frac{7}{6}\pi \quad \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{27 - 10\sqrt{2}}$$

Losujemy dwie kartki. Prawdopodobieństwo, że wylosowane liczby będą liczbami naturalnymi wynosi:

- A) 3/8 B) 3/10 C) 1/4 D) 1/5

Zadanie 4 (2pkt) Znajdź wzór funkcji liniowej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takiej, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwe są równości:

$$f(x-1) = f(x) - 3 \text{ i } f(2x-1) = 2f(x) + 1.$$

Zadanie 5 (2pkt) Dany jest trapez równoramienny o podstawach 4 i 8, w który można wpisać l na którym można opisać okrąg. Oblicz pole trapezu.

Zadanie 6 (2pkt) Liczby $x_1 = 3 + \sqrt{5}$, $x_2 = 3 - \sqrt{5}$ są rozwiązaniem równania $x^2 - 3(a+b)x + a^2 + b^2 = 0$. Oblicz a i b .

Zadanie 7 (2pkt) Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 64 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n \end{cases}$. Podaj wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) .

Zadanie 8 (2pkt) Dany jest trójkąt ABC, gdzie $|AB|=8, |BC|=10, |AC|=14$. Oblicz długość najdłuższej środkowej trójkąta.