



**III EDYCJA KONKURSU OGÓLNOPOLSKIEGO  
Z MATEMATYKI „APOLONIUSZ” POZIOM ROZSZERZONY**

skierowanego do uczniów szkoły ponadgimnazjalnej

dnia 09 marca 2018r.

czas pracy 60 minut



Ilość punktów do zdobycia: maksymalnie 13. Powodzenia!

*Uwaga: Można korzystać z prostego kalkulatora i przyrządów geometrycznych.*

*W zadaniach 1 - 3 zaznacz jedną prawidłową odpowiedź, a w zadaniach otwartych 4 - 8 wykonaj polecenia.*

**Zadanie 1 (1pkt)**

Zbiorem wartości funkcji  $f(x) = |5 - \frac{1}{x}|$  jest zbiór:

- A.  $(0, +\infty)$
- B.  $(0,5)$
- C.  $\langle 0, +\infty)$
- D.  $\langle 0, +\infty) \setminus \{5\}$

**Zadanie 2 (1pkt)**

Zbiór zawierający tylko wszystkie liczby spełniające wyrażenie  $\log_{4-x}(x^2 - 4)$  to:

- A.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- B.  $(-\infty, -2) \cup (2,3) \cup (3,4)$
- C.  $(2,4) \setminus \{3\}$
- D.  $(-\infty, -2) \cup (2,4)$

**Zadanie 3 (1pkt)**

Wskaż wśród poniższych zdanie fałszywe:

- A. Rozwiązaniem nierówności  $x^2(x+1)(2-x) > 0$  jest zbiór  $R \setminus [(-\infty, -1) \cup \{0\} \cup \langle 2, +\infty)]$ .
- B. W trójkącie ABC, w którym wierzchołek C jest środkiem okręgu  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ , a bok AB zawiera się w prostej  $y = 2x - 17$ , wysokość poprowadzona z wierzchołka C ma długość  $2\sqrt{5}$ .
- C.  $5^{2+\log_{25} 9} = 75$
- D. Suma odwrotności pierwiastków równania  $(3 + 2\sqrt{2})x^2 - \sqrt{2}x + 2\sqrt{2} - 3 = 0$  wynosi  $(2 - 1,5\sqrt{2})$ .

**Zadanie 4 (2pkt)**

Na trójkącie równoramiennym opisano okrąg o promieniu  $6\text{cm}$ . Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta ma miarę  $120^\circ$ . Oblicz długość najdłuższego boku trójkąta.

**Zadanie 5 (2pkt)**

Iloczyn miejsc zerowych funkcji  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ ,  $c < 0$  jest o  $1,5$  większy od ich sumy. Wyznacz te pierwiastki, wiedząc, że iloczyn współczynników wynosi  $(-8)$ .

**Zadanie 6 (2 pkt)**

W torebce są dwa rodzaje cukierków: krówki i trufle. Trufli jest o 6 mniej niż krówek. Ile jest w torebce cukierków każdego rodzaju, jeśli przy wyborze dwóch cukierków, prawdopodobieństwo tego, że obydwa cukierki będą krówkami jest nie mniejsze niż  $\frac{3}{4}$ ?

**Zadanie 7 (2 pkt)**

Oblicz długość wysokości ostrosłupa trójkątnego  $ABCS$ , w którym wszystkie krawędzie boczne mają długość  $2\sqrt{29}$  oraz podstawa jest trójkątem  $ABC$ , w którym  $|AC| = 2$ ,  $|AB| = 2\sqrt{3}$   $\angle BAC = 150^\circ$ .

**Zadanie 8 (2 pkt)**

Wyznacz  $x$ , gdy spełnia on warunek  $(1 + x) + (1 + x)^2 + (1 + x)^3 + \dots \leq \frac{x}{2x+1}$ .